

- 1. feladat** Mérjük rá egy négyzet egyik átlójára az egyik csúcsból kiindulva a négyzet oldalát, majd az így kapott végpontban emeljünk merőlegest az átlóra. Bizonyítsd be, hogy az átlón „megmaradt” szakasz, a merőlegesnek az oldalig terjedő szakasza és az oldalon fekvő két szakaszból az egyik egyforma hosszú.
- 2. feladat** Az  $e$  egyenesre illeszkedik két pont:  $A$  és  $B$ . Minden lehetséges módon felvesszünk két egymást érintő kört. Közülük az egyik  $A$ -ban, a másik  $B$ -ben érinti az egyenest. Mi lesz az érintési pontok halmaza?
- 3. feladat** Bizonyítsd be, hogy négy szomszédos egész szám szorzata mindig osztható 24-gyel.
- 4. feladat** Bizonyítsd be, hogy öt szomszédos egész szám szorzata mindig osztható 120-szal.
- 5. feladat** Az  $ABC$  derékszögű háromszög átfogója  $AB$ . A befogókra kifelé az  $ACDE$  és  $CBFG$  négyzeteket rajzoltuk.  $E$ -ből  $AB$  egyenesére állított merőleges talppontja  $P$ ,  $F$ -ből  $AB$  egyenesére állított merőleges talppontja pedig  $Q$ . Bizonyítsd be, hogy  $AP=BQ$ .
- 6. feladat** Egy focibajnokságban  $n$  csapat vett részt. Mindegyik csapat mindegyikkel pontosan egyszer játszott. Lehetséges-e, hogy minden csapat ugyanannyiszor nyert, mint ahányszor döntetlent játszott, ha  $n = 15, 16$  vagy  $17$ ?
- 7. feladat** Bizonyítsd be, hogy öt szomszédos egész szám szorzata mindig osztható 120-szal.
- 8. feladat** Hány 0 áll az  $1000!$  végén?
- 9. feladat** Egy téglalap kerületének mérőszáma területe mérőszámának harmada. Mekkora lehetnek a téglalap oldalai, ha tudjuk, hogy egész számok?
- 10. feladat** Egy szabályos tízszög csúcsaihoz valamilyen sorrendben felírtuk a 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18 számokat, majd kiszámoltuk a szomszédos csúcsokon szereplő számok legnagyobb közös osztóját.
- a) Lehetséges-e, hogy a tíz legnagyobb közös osztó mindegyike 1?
- b) Legfeljebb hány különböző szám lehet a legnagyobb közös osztók között?