

Beadási határidő: november 7.

1. feladat Számold ki az összeget! A végeredményt vegyes törtként, a(z) egynél kisebb) törtet pedig leegyszerűsítve add meg!

$$\frac{2023}{2^0} + \frac{2022}{2^1} + \frac{2021}{2^2} + \dots + \frac{2^1}{2^{2022}} + \frac{2^0}{2023} +$$

2. feladat Add meg azokat a p, q prímszámokat és n természetes számot, amelyekre $n^2+1 = (p^2+1)(q^2+1)$. (n, p, q nemnegatív)

3. feladat A hegyesszögű ABC háromszögben a BC oldal felezőpontja F , a B csúcshoz tartozó (belső) szögfelező az E pontban metszi a CA oldalt, a C csúcshoz tartozó magasság talppontja D . Az így kapott DEF háromszög minden oldala 5 egység hosszúságú. Mekkora az ABC háromszög területének pontos értéke?

4. feladat A síkon felvettünk 47 különböző pontot. Mindegyik pont mindkét koordinátája egész szám, és az x és y koordinátára teljesül, hogy $1 \leq x \leq 20$, valamint $1 \leq y \leq 5$. Igazoljuk, hogy a pontok közül kiválasztható négy darab úgy, hogy ezek egy olyan téglalap csúcsai legyenek, amelynek az oldalai párhuzamosak a tengelyekkel!

5. feladat (Az 5. feladatsor 4. feladatának folytatása)

Egy 7×7 -es tábla 4 sarokmezőjét eltávolítjuk, és a megmaradt kis négyzetek közül néhányat befestünk feketére. Elérhető-e 6 mező feketére színezésével az, hogy a táblán ne maradjon teljesen fehér, kereszt alakú pentominó?