

**1. feladat** Egy kocka csúcsaiba számokat írtunk. Egy-egy alkalommal valamelyik él két végén álló számot eggyel növelhetjük. Ezt az eljárást néhányszor ismételve elérhető-e, hogy minden csúcsban ugyanaz a szám álljon, ha eredetileg az egyik lapátló két végén 1, a többi csúcsban 0 van?

**2. feladat** Az  $ABC$  szabályos háromszög egy tetszőleges belső pontja  $P$ . A  $P$  pont távolsága az  $a$ ,  $b$  és  $c$  oldaltól rendre  $x$ ,  $y$  illetve  $z$ . Bizonyítsd be, hogy az  $x + y + z$  összeg értéke független a  $P$  pont helyzetétől!

**3. feladat** Egy  $n \times n$ -es táblázat minden egyes mezőjére egy-egy páros természetes számot írtunk úgy, hogy bármely két élben szomszédos mezőre írt szám különbsége legfeljebb 4 legyen. Mekkora  $n$  esetén lehetünk biztosak abban, hogy minden megfelelő kitöltésnél lesz a táblázatban legalább 5 egyforma szám? Törekedj arra, hogy minél kisebb  $n$ -t válassz, de nem kell a legkisebbet megadnod!

**4. feladat** Négyzet alakú kertünk egy részében paradicsomot termelünk, négyzetméterenként öt tövet ültettünk. Jövőre 160 tövel többet akarunk ültetni ugyanilyen feltétel mellett. Mekkora volt eredetileg a kertrész területe, ha az új terület is négyzet alakú? (A négyzetek oldalának hosszúsága egész szám méterben mérve.)

**5. feladat** Az  $ABCD$  konvex négyszög  $D$  csúcsán át az  $AC$  átlóval párhuzamost húztunk, ez az egyenes a  $BC$  oldalegyenesét  $E$  pontban metszi. Bizonyítsd be, hogy az  $ABCD$  négyszög területe megegyezik  $ABE$  háromszög területével!