

## Ismerkedés a teljes indukcióval – a szakkörösök megoldásai

**Utazunk** Ez a történet a régmúltban játszódik. Még gőzmozdonyok húzták a vonatokat, s gyakran megegett, hogy az ablakon beszállt a korom. Egy verőfényes nyári napon nyolc mogorva utas utazott egy fülkében. Az egész utazás alatt nem beszéltek egymással, még köszönésre sem méltatták útitársaikat. (Udvariatlanok is voltak.) Az ablakon beszálló füsttől néhányuk arca kormos lett. A fülkében és az egész vonaton sem volt tükör, így erről a tényről nem szerezhettek tudomást. Bejött a kalauz. Mivel az utasok vele is udvariatlanok voltak, így ő is csak mérsékelten volt segítőkész.

– Uraim – mondta –, sajnos néhányuk arca kormos lett. Mosakodni csak az állomásokon lehet, de csak az szállhat le, aki biztos benne, hogy az ő arca kormos. Vizontlátásra!

Az utasok továbbra sem szóltak egymáshoz, meg se moccantak, nem törölgették az arcukat, nem keresték a tükörképüket sehol. Mogorva utasaink nagyon okosak: elmélyülten gondolkodtak, s feszülten figyeltek. Egy darabig nem történt semmi, majd a harmadik megállónál leszálltak néhányan. Hányan szálltak le, hányan lettek kormosak? (A két kérdés nem ugyanaz!)

**Megoldás** Ha csak egy utas kormos, akkor ő csak tiszta arcú embert lát, így tudja, hogy neki le kell szállnia az első megállónál mosakodni. A többiek ebből megállapítják, hogy ők csak tiszták lehetnek, hiszen utastársuk csak tiszta arcokat látott. Ha ketten kormosak, akkor mindketten azt várják, hogy a másik az első megállónál leszáll. Mivel nem szállt le, ezért a kormosok mindketten tudják, hogy nekik is piszkosnak kell lenniük. Így mindketten a második megállónál leszállnak. A többiek ebből meggyőződnek arról, hogy ők tiszták. Ha hárman kormosak, akkor a kormosok így gondolkodnak: két vagy három piszkos utas van. Ha kettő, akkor ők leszállnak a második megállónál. Mivel nem szálltak le, ezért három kormos utas van, tehát én vagyok a harmadik. Ezért mindhárman leszállnak a harmadik megállónál. A többi utas így megtudja, hogy ők tiszták.

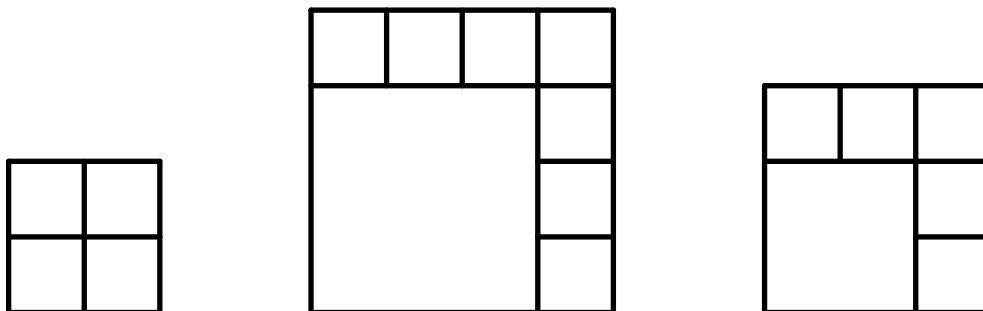
**Folytatásos feladat** Egy négyzetet felbontottunk 1234567 négyzetre. Hány négyzetre lehet felbontani egy négyzetet? (2, 3, 5 részre nem lehet, ezt nem kell bizonyítani.)

**Megoldás** Egy négyzet az oldalfelező merőlegeseivel felbontható négy négyzetre. Ilyenkor hárommal nő a négyzetek száma. 4 3-mal osztva 1 maradékot ad. Tehát egy négyzet felbontható minden olyan darabszámú négyzetre, ami 3-mal osztva 1 maradékot ad. Mert ha a 4 négyzetből egyet újból elnégyyelünk, akkor 7 négyzet lesz és ez így megy tovább...

Egy négyzet felbontható 8 db négyzetre a lent látható módon. 8 3-mal osztva 2 maradékot ad, így fel lehet bontani bármennyi darabszámú négyzetre, ami 3-mal osztva 2 maradékot ad (és legalább 8): először 8 részre bontjuk, majd egy négyzetet 4-re, majd megint egyet 4-re és így tovább, hármasával tudjuk növelni a négyzetek számát.

Egy négyzet felbontható 6 db négyzetre a lent látható módon. Ismét tudunk hármasával növelni, így minden 3-mal osztva 0 maradékot adó szám, ami legalább 9, elérhető.

Tehát akárhány részre fel tudjuk bontani a négyzetet, kivéve 2, 3, 5.



**Új feladat** A Matkönyv 7-8-os kombinatorika kötetének 16.6-os feladata (<https://matkonyv.fazekas.hu=cache=pdf=vol kombinatorika i:pdf>)